$\Leftrightarrow$ aff(G) – 2i + aff(G) + i – d + aff(G) + i + d = 0

$\Leftrightarrow$ 3aff(G) = 0 $\Leftrightarrow$ aff(G) = 0 $\Leftrightarrow$ G = O.

d- AMN est isocèle de sommet principal A

$\Leftrightarrow$ (AO) = méd[MN] $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{MN}$ (car on a déjà I $\in$ (OA))

$\Leftrightarrow$ $\dfrac{\text{aff}\left(\overrightarrow{MN}\right)}{\text{aff}\left(\overrightarrow{OA}\right)}$ est imaginaire pur $\Leftrightarrow$ $\dfrac{-i-d+i-d}{2i}$ est un imaginaire pur

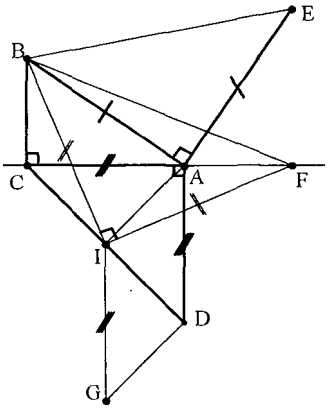
$\Leftrightarrow$ $\dfrac{-2d}{2i}$ est imaginaire pur $\Leftrightarrow$ d est réel $\Leftrightarrow$ d=2 ou d=–2 (car |d|=2)

EXERCICE 2

1/a- r(C) = D

$\Rightarrow$ AC = AD $\neq$ 0

$\overset{th}{\Rightarrow}$ Il existe un seul déplacement f tel que f(A) = D et f(C) = A.



b- f(A) = D et f(C) = A donnent que $\widehat{\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}\right)}$ l'angle de f.

$\widehat{\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}\right)} \equiv \pi + \widehat{\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right)}\ 2\pi$

$\equiv \pi + \dfrac{\pi}{2}\ [2\pi] \equiv -\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$

Ainsi f est une rotation d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.

• Désignons par Ω le centre de f.

f(A) = D et f(C) = A donnent Ω est dans méd[AD] et méd[AC]

Or r(C) = D signifie que AC=AD et $\widehat{\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right)} \equiv \dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$

alors ACD est un triangle rectangle en A.

et comme I=D * C alors ID = IC = IA

$\Rightarrow$ I $\in$ méd[AD] $\cap$ méd[AC]

Par suite I=Ω.

Enfin : f est la rotation de centre I et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.

2/a- f est un déplacement d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$ et r un déplacement d'angle $\dfrac{\pi}{2}$

donc g = f $\circ$ r est un déplacement d'angle 0.

d'où g est une translation.